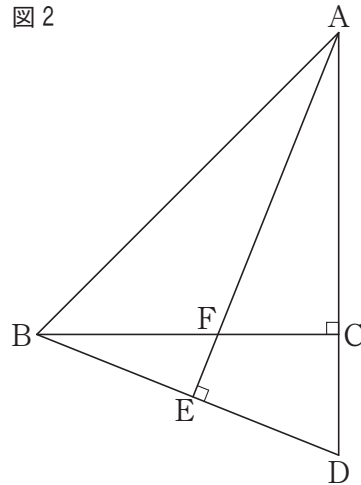


山口県の証明問題 [令和5年度]

___月___日 得点 ___/3
氏名 _____

7 図2のように、 $AC = BC$ の直角二等辺三角形 ABC があり、辺 AC の延長上に、線分 CD の長さが辺 AC の長さより短くなる点 D をとる。また、点 A から線分 BD に垂線 AE をひき、線分 AE と辺 BC の交点を F とする。このとき、 $AF = BD$ を証明しなさい。

(改題・一部省略)



証明

$\triangle ACF$ と $\triangle BCD$ において、
 仮定より、 $AC = BC$ ①
 $\angle ACF = \angle BCD = 90^\circ$ ②
 $\triangle AED$ は直角三角形なので、
 $\angle CAF = 90^\circ - \angle ADB$ ③
 $\triangle BCD$ は直角三角形なので、
 $\angle CBD = 90^\circ - \angle ADB$ ④
 ③, ④より、 $\angle CAF = \angle CBD$ ⑤
 ①, ②, ⑤より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、
 $\triangle ACF \equiv \triangle BCD$
 合同な図形の対応する辺の長さは等しいので、
 $AF = BD$
 である。

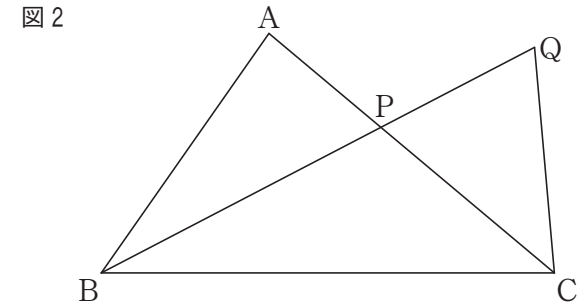
3点

山口県の証明問題 [令和4年度]

___月___日 得点 ___/4
氏名 _____

8 図2のような $\triangle ABC$ があり、 $\angle ABC$ の二等分線と辺 AC の交点を P とする。また、線分 BP の延長上にあり、 $CP = CQ$ となる点 Q をとる。このとき、 $BA : BC = AP : CP$ であることを証明しなさい。

(改題・一部省略)



証明

$\triangle ABP$ と $\triangle CBQ$ において、
 線分 BQ は $\angle ABC$ の二等分線なので、
 $\angle ABP = \angle CBQ$ ①
 対頂角は等しいので、 $\angle APB = \angle QPC$ ②
 $CP = CQ$ より、 $\triangle CPQ$ は二等辺三角形なので、
 $\angle QPC = \angle PQC$ ③
 ②, ③より、 $\angle APB = \angle PQC$ すなわち、
 $\angle APB = \angle CQB$ ④
 ①, ④より、2組の角がそれぞれ等しいので
 $\triangle ABP \sim \triangle CBQ$
 相似な図形の対応する辺の比は等しいので、
 $BA : BC = AP : CQ = AP : CP$
 である。

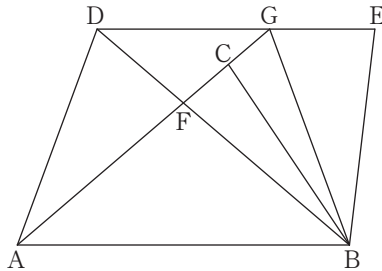
4点

山口県の証明問題 [令和3年度]

___月___日 得点 ___/4
氏名 _____

9 下の図において、 $\triangle DBE$ は $\triangle ABC$ を、点 B を回転の中心として、 $DE \parallel AB$ となるように回転移動したものである。

線分 AC と線分 BD の交点を F 、線分 AC の延長と線分 DE の交点を G とするとき、 $\triangle FDA \equiv \triangle FGB$ であることを証明しなさい。 (改題・一部省略)



証明

$\triangle FDA$ と $\triangle FGB$ において、
 対頂角は等しいので、 $\angle AFD = \angle BFG$ ……①
 $\triangle DBE$ は $\triangle ABC$ を回転移動したものであるため、
 $\angle CAB = \angle EDB$ すなわち、 $\angle FAB = \angle FDG$ ……②
 $DE \parallel AB$ より、錯角は等しいので、
 $\angle FAB = \angle FGD$ ……③
 $\angle FBA = \angle FDG$ ……④
 ②、③より、 $\angle FDG = \angle FGD$ であり、 $\triangle FGD$ は二等辺三角形
 なので、 $FD = FG$ ……⑤
 ②、④より、 $\angle FAB = \angle FBA$ であり、 $\triangle FAB$ は二等辺三角形
 なので、 $FA = FB$ ……⑥
 ①、⑤、⑥より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので
 $\triangle FDA \equiv \triangle FGB$
 である。

4点

山口県の証明問題 [令和2年度]

___月___日 得点 ___/7
氏名 _____

8 右の図のように、正方形 $ABCD$ と正三角形 BCE があり、線分 CE と線分 BD の交点を F 、線分 BA の延長と線分 CE の延長の交点を G 、線分 AD と線分 CG の交点を H とする。

このとき、次の説明により $\angle AEG = 45^\circ$ であることがわかる。

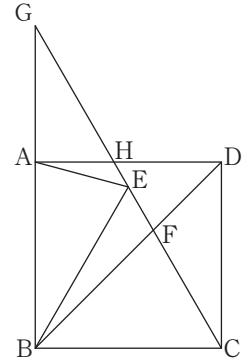
説明

正方形や正三角形の性質より、 $\triangle BCG$ で、 $\angle CBG = 90^\circ$ 、 $\angle BCG = 60^\circ$ だから $\angle BGC = 30^\circ$ である。また、 $\triangle BAE$ は $BA = BE$ の二等辺三角形であり、 $\angle ABE = 30^\circ$ だから、 $\angle BAE = 75^\circ$ である。

$\triangle AEG$ において、三角形の a は、それととなり合わない2つの b の和に等しいので、 $\triangle AEG$ で、

$$30^\circ + \angle AEG = 75^\circ$$

となる。よって、 $\angle AEG = 45^\circ$ である。



次の(1)~(3)に答えなさい。

(1) 説明の下線部が表す性質は、どんな三角形においても成り立つ。

a 、 b にあてはまる語句の組み合わせとして正しいものを、次のア~エから1つ選び、記号で答えなさい。

- ア a : 内角 b : 内角 イ a : 外角 b : 外角
 ウ a : 内角 b : 外角 エ a : 外角 b : 内角

(2) $\triangle AEG \equiv \triangle FDC$ を証明しなさい。その際、説明の中にかかれていることを使ってよい。

(3) $BC = 2$ cm のとき、線分 FH の長さを求めなさい。

(1)	エ
(2)	<p>証明</p> <p>$\triangle AEG$ と $\triangle FDC$ において、説明より $\angle AEG = 45^\circ$ であり、 $\angle FDC = 90^\circ \times \frac{1}{2} = 45^\circ$ なので、$\angle AEG = \angle FDC$ ……① $BG \parallel CD$ より、錯角は等しいので、$\angle AGE = \angle FCD$ ……② $\angle ABE = \angle BGC = 30^\circ$ より、$\triangle BEG$ は二等辺三角形なので、 $GE = BE$ ……③ 正方形 $ABCD$ と正三角形 BCE の辺の長さは等しいので、 $CD = BE$ ……④ ③、④より、$GE = CD$ ……⑤ ①、②、⑤より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle AEG \equiv \triangle FDC$</p>
(3)	$\frac{6-2\sqrt{3}}{3}$ cm

(1) 1点 (2) 4点 (3) 2点